

Δεύτερο Τεστ (Συμπληρωματικό) Μιγαδικές Συναρτήσεις I

Διάρκεια 90 Λεπτά

Στοιχειοθεσία: Δήμογλου Κωνσταντίνος, Μαθηματικός (Msc)

Θέμα 1

Να υπολογίσετε (αν υπάρχουν) τα όρια

(i) $\lim_{z \rightarrow -4} \operatorname{Arg}^3(z)$

(ii) $\lim_{z \rightarrow -4} (z - \bar{z}) \operatorname{Arg}^3(z)$

(iii) $\lim_{z \rightarrow \infty} z^i$

(iv) $\lim_{z \rightarrow a} \exp\left(\frac{1}{1-|z|}\right)$, όπου $a \in \partial D(0, 1)$

Θέμα 2

Έστω συνεχής συνάρτηση $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ για την οποία $\lim_{z \rightarrow \infty} f(z) = 0$. Αποδείξτε ότι η f είναι φραγμένη και ιδιαίτερα ότι η $|f|$ παίρνει μέγιστη τιμή [**Υπόδειξη:** Διακρίνετε δύο περιπτώσεις: α) $f = 0$ και β) f όχι παντού ίση με 0].

Θέμα 3

Δίνεται η συνάρτηση $f(z) = |z| \operatorname{Arg}^2(z)$, $z \in \mathbb{C}^*$. Αποδείξτε ότι η f είναι συνεχής. Έπειτα, δείξτε ότι η f είναι συνεχώς επεκτάσιμη στο \mathbb{C} .

Θέμα 4

Να εξετάσετε ως προς τη συνέχεια καθεμία από τις συναρτήσεις:

(i) $f(z) = \sqrt[3]{z+2}$

(ii) $f(z) = z^i$

(iii) $f(z) = \log(z^2 + z + 1)$

ΚΑΛΗ ΤΥΧΗ!!